第５章　円周角の定理

第２２講・円周角の定理①　中心角と弧・円周角

要点整理

１　中心角と弧

(1)　１つの円において，

①　等しい中心角に対する弧の長さは等しい。

②　等しい弧に対する中心角の大きさは等しい。

(2)　１つの円において，**弧の長さは中心角の大きさに比例する。**

２　円周角

(1)　１つの円において，円周上の２点 A，B と，$\overset{\frown}{AB}$上にない円周上の点 P とを結んでできる∠APB を，$\overset{\frown}{AB}$に対する**円周角**（えんしゅうかく）という。

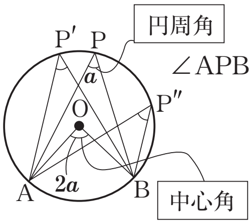
(2)　円周角の定理

①　**１つの弧に対する円周角の大きさは，その弧に対する中心角の半分である。**

②　**同じ弧に対する円周角はすべて等しい。**

(3)　半円の弧に対する円周角は直角である。
（直径に対する円周角は直角である。）

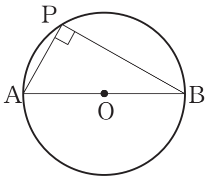
●円周角



∠APB＝∠AP′B
＝∠AP″B

$\angle APB=\frac{1}{2}\angle AOB$

●直径に対する円周角



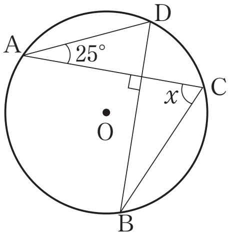
AB が円 O の直径のとき
∠APB＝90°

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

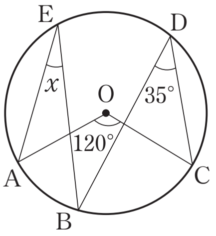
例題 1

次の図で，∠x の大きさを求めなさい。ただし，O は各円の中心とする。

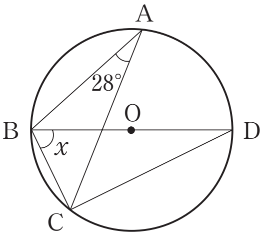
(1)



(2)



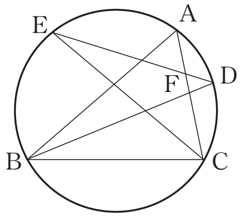
(3)



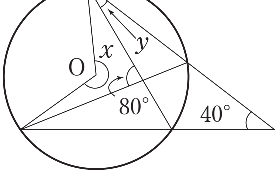
例題 2

次の問いに答えなさい。

(1)　右の図のように，円に内接する△ABC において，∠B と∠C の二等分線が円と交わる点を D，E とし，ED と AC が交わる点を F とする。∠ABC＝54°，∠ACB＝70° のとき，∠AFE の大きさは何度か。



(2)　右の図で，∠x，∠y の大きさを求めよ。ただし，O は円の中心とする。



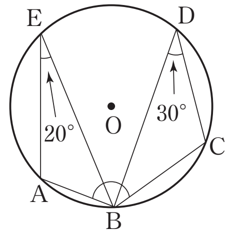
©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

問題

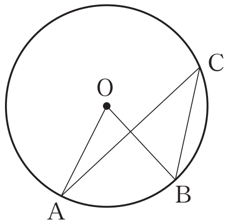
22－1

次の問いに答えなさい。

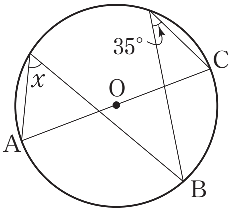
⑴　右の図の円Ｏにおいて，点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄ，Ｅは円周上の点である。このとき，∠ABCの大きさを求めよ。



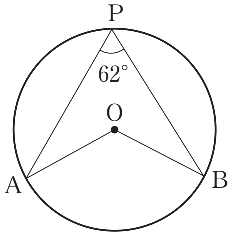
⑵　右の図で，点Ａ，Ｂ，Ｃは円Ｏの周上にあり，∠OAC＝20°，∠OBC＝54°である。このとき，∠AOBの大きさは何度か。



⑶　右図において，∠xの大きさを求めよ。

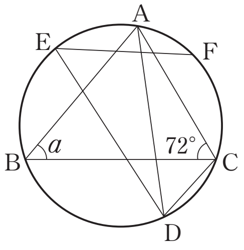


⑷　右図において，∠PAO＋∠PBOの大きさを求めよ。



22－2

右の図のように３点Ａ，Ｂ，Ｃを通る円の周上に点Ｄ，Ｅ，ＦをCD∥AB，DE∥CA，EF∥BCとなるようにとる。∠ACB＝72°，$\overset{\frown}{AF}$と$\overset{\frown}{FC}$の長さの比が１：２であるとき，次の問いに答えなさい。



⑴　∠ABC＝aとして，∠BCEおよび，∠CADの大きさをaの式で表せ。

⑵　∠ABCの大きさを求めよ。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

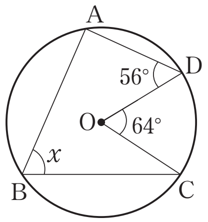
＜ *Note* ＞

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

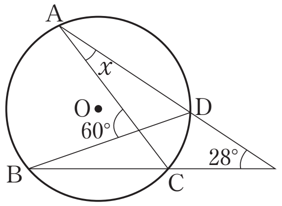
第22講・確認テスト

[1]　次のそれぞれの図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは円周上の点，点Ｏは円の中心である。このとき，$\angle x$の大きさをそれぞれ求めなさい。

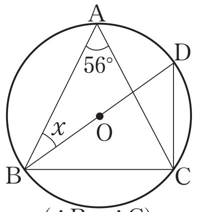
(1)　$\angle x=$［アイ］度



(2)　$\angle x=$［ウエ］度

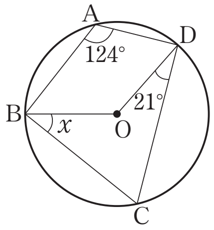


(3)　$\angle x=$［オカ］度

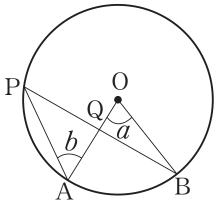


(AB＝AC)

(4)　$\angle x=$［キク］度

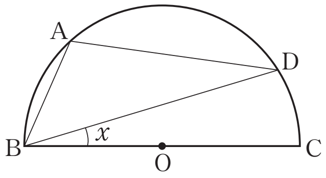


[2]　右の図で，３点Ｐ，Ａ，Ｂは円周上の点で，点Ｏは円の中心である。また，線分OAとPBの交点をQとする。∠AOB，∠OAPの大きさをそれぞれa，bとするとき，∠OBPの大きさをa，bを用いた式で表しなさい。



$$\angle \mathrm{OBP}=-\frac{［ケ］}{［コ］}a+b(度)$$

[3]　右の図で，４点Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｄは円Ｏの周上の点であり，線分BCは円の直径である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　$\angle \mathrm{CBD}=x$度とするとき，∠BADの大きさをxを用いて表しなさい。

$\angle \mathrm{BAD}=x+$［サシ］(度)

(2)　∠CBD＝18°，$\overset{\frown}{\mathrm{BA}}:\overset{\frown}{\mathrm{AD}}=1:2$のとき，∠ADB＝［スセ］度である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

< *Note* >

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

第５章　円周角の定理

第２２講・円周角の定理①　中心角と弧・円周角

例題 1

(1)　**65°**　　(2)　**25°**　　(3)　**62°**

解説

(1)　$\overset{\frown}{CD}$に対する円周角から，$\angle DBC=\angle DAC=25^\circ$

よって，$\angle x=\underline{90^\circ}-25^\circ=65^\circ$

←三角形の外角。

(2)　$(\angle x+35^\circ)\times 2=120^\circ$ より，$\angle x=25^\circ$

(3)　$\overset{\frown}{BC}$に対する円周角から，$\angle BDC=\angle BAC=28^\circ$

よって，$\angle x=\underline{90^\circ}-28^\circ=62^\circ$

←直径BDに対する円周角。

例題 2

(1)　**62°**　　(2)　$\boldsymbol{\angle x=240^\circ}$，$\boldsymbol{\angle y=20^\circ}$

解説

(1)　$\angle ECA=35^\circ$　　$\angle CED=\angle CBD=27^\circ$ より，$\angle AFE=\angle ECA+\angle CED=62^\circ$

22－1

(1)　**130°**　　(2)　**68°**　　(3)　$\boldsymbol{\angle x=55^\circ}$　　(4)　**62°**

解説

(1)　$\angle AOC=50^\circ\times 2=100^\circ$　　$\angle ABC=(360^\circ-100^\circ)\times\frac{1}{2}=130^\circ$

(2)　$\angle AOB=2x$とすると，$\angle ACB=x$　　$2x+20^\circ=x+54^\circ$

(3)　$\angle BOC=70^\circ$，$\angle AOB=110^\circ$ より，$\angle x=110^\circ\times\frac{1}{2}=55^\circ$

(4)　$\angle AOB=62^\circ\times 2=124^\circ$

四角形PAOBはブーメラン型の図形なので，

$\angle PAO+\angle PBO=124^\circ-62^\circ=62^\circ$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

22－2

(1)　$\angle \mathrm{BCE}=\dfrac{2}{3}a$

$\angle \mathrm{CAD}=\left(72^\circ-\dfrac{2}{3}a\right)$ または，$\angle \mathrm{CAD}=(108^\circ-2a)$

(2)　27°

解説

(1)　EF∥BCより，$\angle \mathrm{BCE}=\angle \mathrm{CEF}$　$\overset{\frown}{\mathrm{FC}}$に対する円周角より，

$\angle \mathrm{CEF}=\angle \mathrm{FBC}=\dfrac{2}{3}a$

よって，$\angle \mathrm{BCE}=\dfrac{2}{3}a$

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角より，$\angle \mathrm{CAD}=\angle \mathrm{CED}$

DE∥CAより，$\angle \mathrm{CED}=\angle \mathrm{ACE}$

よって，$\angle \mathrm{CAD}=\angle \mathrm{ACE}=\angle \mathrm{ACB}-\angle \mathrm{BCE}=72^\circ-\dfrac{2}{3}a$

なお，∠CADに関しては，$72^\circ+2a+\angle \mathrm{CAD}=180^\circ$ より，

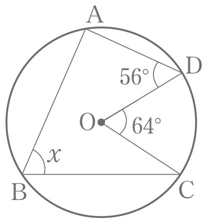
$\angle \mathrm{CAD}=108^\circ-2a$ としてもよい。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

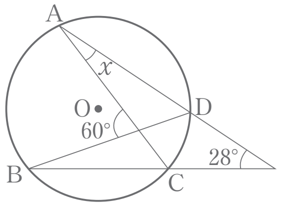
第22講・確認テスト

[1]　次のそれぞれの図で，４点 A，B，C，D は円周上の点，点 O は円の中心である。このとき，∠x の大きさをそれぞれ求めなさい。

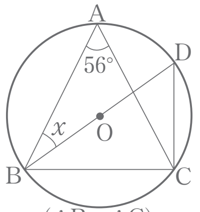
(1)　∠x＝ アイ 度



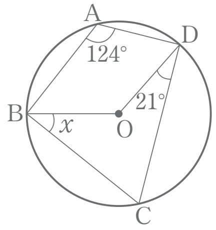
(2)　∠x＝ ウエ 度



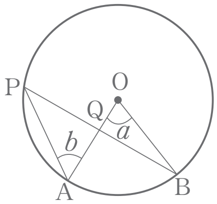
(3)　∠x＝ オカ 度



(4)　∠x＝ キク 度

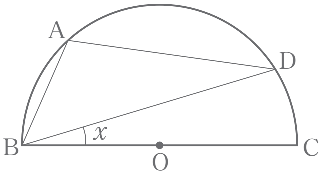


[2]　右の図で，３点 P，A，B は円周上の点で，点 O は円の中心である。また，線分 OA と PB の交点を Q とする。∠AOB，∠OAP の大きさをそれぞれ a，b とするとき，∠OBP の大きさを a，b を用いた式で表しなさい。



∠OBP＝$-\dfrac{\text{ケ}}{\text{コ}}a+b$(度)

[3]　右の図で，４点 A，B，C，D は円 O の周上の点であり，線分 BC は円の直径である。このとき，次の問いに答えなさい。



(1)　∠CBD＝x 度とするとき，∠BAD の大きさを x を用いて表しなさい。

∠BAD＝x＋ サシ (度)

(2)　∠CBD＝18°，$\overset{\frown}{\text{BA}}$：$\overset{\frown}{\text{AD}}$＝１：２のとき，∠ADB＝ スセ 度である。

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

解答

[1]　ア　6　イ　6　ウ　1　エ　6　オ　2　カ　8　キ　3　ク　5

[2]　ケ　1　コ　2

[3]　サ　9　シ　0　ス　2　セ　4

解説

[1]

(1)　OとAを結ぶ。OA＝ODより，$\angle \mathrm{AOD}=180^\circ-56^\circ\times2=68^\circ$

$\angle \mathrm{AOC}=68^\circ+64^\circ=132^\circ$

$\overset{\frown}{\mathrm{AC}}$に対する中心角と円周角の関係から，$\angle x=132^\circ\times\frac{1}{2}=66^\circ$

(2)　三角形の外角と内角の関係から，$\angle \mathrm{ACB}=x+28^\circ$

$\overset{\frown}{\mathrm{CD}}$に対する円周角から，$\angle \mathrm{CBD}=\angle \mathrm{CAD}=x$

三角形の外角と内角の関係から，$x+(x+28^\circ)=60^\circ$，$x=16^\circ$

(3)　$\overset{\frown}{\mathrm{AD}}$に対する円周角から，$\angle \mathrm{ACD}=\angle \mathrm{ABD}=x$

$\angle \mathrm{BCD}=90^\circ$より，$\angle \mathrm{ACB}=90^\circ-x$

AB＝ACより，$\angle \mathrm{ACB}=(180^\circ-56^\circ)\div2=62^\circ$　よって，$90^\circ-x=62^\circ$，$x=28^\circ$

(4)　$\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$に対する中心角は，$124^\circ\times2=248^\circ$

よって，$\overset{\frown}{\mathrm{BAD}}$の中心角は，$360^\circ-248^\circ=112^\circ$だから，$\angle \mathrm{BCD}=112^\circ\times\frac{1}{2}=56^\circ$

OとCを結ぶと，$\angle \mathrm{OCB}=x$，$\angle \mathrm{OCD}=21^\circ$より，$x+21^\circ=56^\circ$，$x=35^\circ$

[2]　$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する中心角と円周角の関係から，$\angle \mathrm{APQ}=\frac{1}{2}a$

△PAQの外角と内角の関係から，$\angle \mathrm{PQO}=\frac{1}{2}a+b$

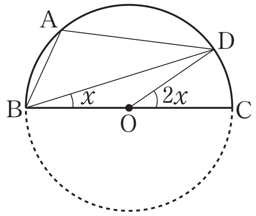
よって，△OBQの外角と内角の関係から，$\angle \mathrm{OBP}=\frac{1}{2}a+b-a=-\frac{1}{2}a+b$

[3]

(1)　OとDを結ぶと，$\angle \mathrm{DOC}=2x$

よって，$\overset{\frown}{\mathrm{BCD}}$に対する中心角は，$2x+180^\circ$だから，

$\angle \mathrm{BAD}=\frac{1}{2}(2x+180^\circ)=x+90^\circ$



(2)　$\angle \mathrm{COD}=18^\circ\times2=36^\circ$より，$\angle \mathrm{BOD}=180^\circ-36^\circ=144^\circ$

よって，$\angle \mathrm{AOB}=144^\circ\times\frac{1}{1+2}=48^\circ$

$\overset{\frown}{\mathrm{AB}}$に対する中心角と円周角の関係から，$\angle \mathrm{ADB}=48^\circ\times\frac{1}{2}=24^\circ$

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。